

**ТИПОВАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА**

---

Мат 1202 – Математика

5В071200 – Машиностроение

5 кредитов

## **Предисловие**

**1 РАЗРАБОТАНА И ВНЕСЕНА** Учебно-методическим объединением при Карагандинском государственном техническом университете по специальностям высшего и послевузовского образования.

**2 РЕЦЕНЗЕНТЫ** Н.А. Адилбек, канд. техн. наук, доцент Карагандинского государственного технического университета; М.И. Рамазанов, д-р физ.-мат. наук, профессор Карагандинского государственного университета им. Е.А. Букетова.

**3 УТВЕРЖДЕНА И ВВЕДЕНА В ДЕЙСТВИЕ** приказом Министерства образования и науки Республики Казахстан (письмо МОН РК от «03» ноября 2014 г. № 03-3/529).

**4** Типовая учебная программа разработана в соответствии с государственным общеобязательным стандартом высшего образования, утвержденным постановлением Правительства Республики Казахстан № 1080 от 23 августа 2012 г. и типовым учебным планом специальности 5В071200 – Машиностроение, утвержденным приказом Министерства образования и науки Республики Казахстан № 343 от 16 августа 2013 г.

**5 РАССМОТРЕНА** на заседании Республиканского учебно-методического совета от «22» октября 2014 г., протокол № 1.

## Пояснительная записка

Целью изучения дисциплины «Математика» является изучение основных понятий, формул и методов математических исследований.

Для изучения дисциплины необходимо усвоение элементарной математики.

В результате изучения дисциплины студент должен:

*иметь представление:* об основных понятиях, теоремах и математических методах решения задач;

*знать:* основные разделы высшей математики в объеме данной типовой программы;

*уметь:* применять современные математические методы для решения прикладных задач;

*иметь навыки:* решения инженерных задач с применением математических методов;

*быть компетентным:* при выборе методов математического моделирования для решения конкретных технических задач

## Содержание

Введение

- 1 Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии
  - 2 Введение в математический анализ
  - 3 Дифференциальное исчисление функции одной переменной
  - 4 Комплексные числа и многочлены
  - 5 Интегральное исчисление функции одной переменной
  - 6 Дифференциальное исчисление функции многих переменных
  - 7 Дифференциальные уравнения
  - 8 Ряды
  - 9 Элементы теории вероятностей и математической статистики
  - 10 Примерный перечень тем практических занятий
- Список рекомендуемой литературы  
Авторский коллектив

# ТИПОВАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

---

Высшее образование  
Бакалавриат  
Специальность 5В071200 – Машиностроение

---

## **Введение**

Предмет и задачи дисциплины. Линейная алгебра. Определители 2-го порядка. Решение систем линейных уравнений. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Введение в математический анализ. Первый и второй замечательный пределы. Математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Производные и дифференциалы высших порядков. Комплексные числа и действия над ними. Интегральное исчисление функций одной переменной. Приложения определенного интеграла. Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные дифференциальные уравнения. Числовые ряды. Степенные ряды.

## **1 Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии**

Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными и понятие определителя 2-го порядка. Система двух линейных уравнений с тремя неизвестными. Определители 3-го порядка, вычисление и свойства.

Система трех однородных линейных уравнений с тремя неизвестными. Правило Крамера. Понятие определителя  $n$ -го порядка. Обобщение формулы Крамера на случай системы  $n$  – линейных уравнений.

Понятие матрицы. Размеры матрицы. Равенство матриц. Квадратная матрица. Линейные операции над матрицами. Обратная матрица.

Решение системы линейных уравнений матричным способом. Ранг матрицы. Теорема Кронеккера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Векторные и скалярные величины. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Размерность пространства. Проекция вектора на ось. Координаты векторов.

Скалярное произведение векторов, его механический смысл и свойства. Скалярное произведение векторов в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов.

Векторное произведение векторов, его геометрический и механический смысл, свойства. Векторное произведение векторов в координатной форме. Компланарность векторов. Условие компланарности трех векторов.

Различные виды уравнения прямой на плоскости. Различные уравнения плоскости в пространстве. Различные уравнения прямой в пространстве.

Прямая и плоскость. Канонические уравнения кривых 2-го порядка на плоскости.

Преобразования декартовых координат на плоскости: параллельный перенос и поворот осей координат. Общее уравнение кривой 2-го порядка.

Полярная система координат. Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка.

## **2 Введение в математический анализ**

Числовая последовательность: определение, способы задания, ограниченные, неограниченные, возрастающие, убывающие последовательности. Предел числовой последовательности.

Свойства переменной, имеющей предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Связь переменной, имеющей предел, с бесконечно малой величиной.

Правило предельного перехода. Признаки существования пределов. Второй замечательный предел.

Предел функции. Связь между понятиями предела функции и предела последовательности. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел для непрерывного аргумента.

Сравнение бесконечно малых. Асимптотические равенства. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на сегменте.

## **3 Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

Задачи, приводящие к понятию производной, производная функций. Геометрический смысл производной. Основные правила дифференцирования функций.

Формула дифференцирования логарифмической функции. Производная сложной функции. Формулы дифференцирования степенной и показательной функций. Обратная функция и ее дифференцирование. Производная обратных тригонометрических функций.

Дифференциал функций. Связь дифференциала с производной. Дифференциал суммы, произведения частного. Дифференцируемость функций. Непрерывность дифференцируемой функции. Инвариантность формы дифференциала.

Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков.

Теоремы Ролля, Лагранжа и их геометрический смысл. Формулировка теоремы Лагранжа в терминах приращений. Теорема Коши. Связь между

теоремами Коши, Лагранжа, Ролля. Теорема Коши об отношении двух бесконечно малых. Правило Лопиталя на случай неопределенности  $\left(\frac{0}{0}\right)$ , и на случай  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ .

Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.

Возрастание и убывание функций. Экстремумы функции. Теорема о необходимом условии экстремума функции. Критические точки. Интервалы монотонности. Теоремы о возрастании и убывании функции.

Теоремы о достаточном условии экстремума по первой и второй производной. Наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.

Теоремы о выпуклости и вогнутости кривой, о точках перегиба. Асимптоты графика функции. Вертикальные и наклонные асимптоты. Общая схема исследования функции и построение графика.

#### **4 Комплексные числа и многочлены**

Мнимая единица и комплексные числа. Действия над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в показательной форме: умножение, деление, возведение в целую степень. Извлечение корня из комплексного числа.

Многочлен. Корни многочлена. Теорема Безу. Условие равенства двух многочленов. Формулировка основной теоремы алгебры. Разложение многочлена на множители. Кратные корни многочлена. Попарная сопряженность корней многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена на действительные линейные и квадратные множители.

#### **5 Интегральное исчисление функции одной переменной**

Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства и таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод разложения.

Метод интегрирования по частям, метод замены переменной. Интегрирование рациональных дробей.

Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование рациональных тригонометрических выражений. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

Задачи из геометрии, физики, механики, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.

Производная от интеграла с переменными верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах, в параметрической форме.

Вычисление объемов тел по площадям параллельных сечений. Объем тела вращения. Длина дуги.

Вычисление площадей поверхностей тел вращения. Приложение определенного интеграла к решению задач механики и физики: вычисление статистических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести, работы.

Несобственные интегралы.

## **6 Дифференциальное исчисление функции многих переменных**

Функции нескольких переменных. Область определения. Предел, непрерывность, частные производные. Дифференцируемость функций нескольких переменных. Полный дифференциал, его геометрический смысл, приложение.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций нескольких переменных, заданных в замкнутой области.

## **7 Дифференциальные уравнения**

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные определения дифференциального уравнения и его порядков. Решение дифференциального уравнения.

Дифференциальные уравнения I-го порядка и его геометрический смысл. Поле направлений. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши. Понятие об особых решениях.

Уравнение с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения I-го порядка. Дифференциальные уравнения, приводящие к однородным.

Линейные уравнения I-го порядка и способы его решения. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Свойства линейного дифференциального оператора. Линейные однородные дифференциальные уравнения, свойства их решения. Линейно-зависимые и



линейно–независимые системы функций. Определитель Вронского. Необходимое условие линейной зависимости функций.

Линейные однородные дифференциальные уравнения, условие линейной независимости их решений. Фундаментальная система решений, структура общего решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения со специальной правой частью.

## **8 Ряды**

Основные понятия. Числовой ряд. Сходимость и сумма. Геометрическая прогрессия. Свойства сходящихся рядов. Признаки сравнения.

Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Теорема о возможности перестановки членов абсолютно сходящегося ряда.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля.

Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена. Приложение степенных рядов.

## **9 Элементы теории вероятностей и математической статистики**

Случайные события и статистические закономерности. Алгебра событий. Различные определения вероятности: классическое, геометрическое, статическое.

Теорема о сложении вероятностей несовместных событий. Полная группа событий, противоположные события. Теорема о сумме вероятностей событий, образующих полную группу. Теорема умножения вероятностей.

Формула полной вероятности. Теорема гипотез. Формула Бернулли.

Случайные величины, виды случайных величин. Математическое ожидание, его определение, свойства, вероятный смысл. Дисперсия, свойства дисперсии, формула для вычисления дисперсии. Среднее квадратическое отклонение.

Функция распределения, свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины, ее свойства, вероятностный смысл.

Числовые характеристики непрерывных случайных величин.

Равномерное распределение непрерывной случайной величины.

Нормальное распределение.

## 10 Примерный перечень тем практических занятий

1. Решение систем линейных уравнений.
2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
3. Различные уравнения прямой и плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
4. Вычисление предела числовой последовательности. Предел функции. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
5. Правила дифференцирования функций. Геометрический и механический смысл производной. Дифференциал функции. Производные высших порядков.
6. Полное исследование функции. Наименьшее и наибольшее значения функции.
7. Арифметические действия над комплексными числами.
8. Основные методы интегрирования функций. Приложения определенного интеграла в геометрии и физике.
9. Частные производные и полный дифференциал. Экстремум функции двух переменных.
10. Различные типы дифференциальных уравнений первого порядка.
11. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка.
12. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
13. Различные признаки сходимости числовых рядов.
14. Функциональный ряд. Задачи на нахождение области сходимости функционального ряда.
15. Приложения рядов к приближенным вычислениям.
16. Задачи на классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
17. Задачи на формулы полной вероятности, Бернулли, теорем Лапласа.
18. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин

## Список рекомендуемой литературы

### Основная

1. Бугров Я.С. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М. : Наука, 1980. – 288 с.
2. Бугров Я.С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М. : Наука, 1980. – 448 с.
3. Бугров Я.С. Дифференциальные и интегральные исчисления / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М. : Наука, 1980. – 432 с.

4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Н.С. Пискунов. – М. : Наука, 1978. – 575 с.
5. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов / под ред. Б.П. Демидовича. – М. : Наука, 1978. – 480 с.
6. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В. Клетеник. – 17 изд., стер. – СПб. : Профессия, 2007. – 199 с.
7. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике / В.П. Минорский. – М. : Физматлит, 2004. – 336 с.
8. Дүйсек А.К. Жоғары математика / А.К. Дүйсек, С.К. Қасымбеков. – Алматы : 2004. – 439 с.
9. Тутанов С.К. Жоғары математика, В 2 ч. 1 – бөлім. / С.К. Тутанов, Г.С. Шаихова ; ҚарМТУ баспасы. – Қарағанды, 2011. – 99 б.

### **Дополнительная**

1. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии / Н.В. Ефимов. – М. : Наука, 1969. – 272 с.
2. Гусак А.А. Высшая математика : в 2 т. / А.А. Гусак ; ТетраСистем. – Минск, 2003.
3. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова ; Оникс: Мир и образование. – М., 2003.
4. Мышкис А.Д. Математика для технических вузов. Специальные курсы / А.Д. Мышкис. – СПб. : Лань, 2002. – 632 с.

### **Авторский коллектив**

1. Тутанов С.К., заведующий кафедрой КарГТУ, доктор технических наук, профессор.
2. Махметова Г.Ш., старший преподаватель КарГТУ.